



Sensibilidade e elasticidade em modelos matriciais - Roteiro com planilhas

Um instrumento importante nas análises de [modelos populacionais matriciais](#) é entender como as probabilidades de transição e permanência de cada classe afetam o crescimento da população. As quantidades que expressam isso são chamadas sensibilidade e elasticidade. São ferramentas poderosas tanto para o entendimento de diferentes estratégias de história de vida quanto para o manejo de populações ameaçadas, ou mesmo para o seu uso sustentável.

Sensibilidade e elasticidade medem a contribuição de cada elemento da matriz de transição para a composição da taxa de crescimento (λ , ou λ). A sensibilidade mede a contribuição absoluta, enquanto a elasticidade é uma medida relativa dessa contribuição.

Neste exercício vamos utilizar um método numérico de perturbação da matriz de transição para o cálculo da contribuição para a taxa de crescimento de cada probabilidade na matriz. Basicamente, o que faremos é variar um pouco cada um dos valores da matriz de transição de cada vez e ver como a taxa de crescimento assintótica (λ) se modifica. Esse método é chamado por alguns autores de “the easy brute force method”. Existem métodos mais robustos e com respostas mais exatas, mas os cálculos são mais complexos e menos intuitivos (veja seção “[para saber mais](#)”).

Vamos aplicar as perturbações às mesmas matrizes usadas no roteiro de [introdução a matrizes de transição](#). São dados reais de populações do cacto *Escobaria robbinsorum* e do palmito *Euterpe edulis*.

Elasticidade e Sensibilidade da população de *Escobaria robbinsorum*

- 1. Baixe e abra a planilha para [análise de elasticidade](#) de *Escobaria robbinsorum*. Nessa planilha, temos no início a matriz de transição original. Para ter certeza que está visualizando essa matriz, role a tela até a célula A1 da planilha. Logo abaixo temos a “matriz para projeção da população e cálculo do λ ”, na qual [todo o procedimento utilizado para calcular a taxa de crescimento](#) (λ) a partir da projeção da população já está implementado. Para sua facilidade, anote, ao lado da matriz de transição original, o valor de λ obtido com os valores originais.
- 2. Na “Matriz para projeção da população e cálculo do λ ”, produza uma pequena perturbação na probabilidade de permanência na classe 1 (plântula→plântula) de 0,001. Ou seja, modifique o valor da célula adicionando 0,001. Note que ao modificar o valor dessa célula, os valores de projeção irão mudar. Verifique se ocorre uma estabilização do valor de λ . O valor estabilizado é a nova taxa de crescimento (λ) da população a partir da perturbação

produzida.

- **3.** Calculando a Sensibilidade: À direita da “Matriz de Sensibilidade” estão as informações que você precisa para calcular a sensibilidade e ao final uma célula com a fórmula já preparada, baseada na seguinte equação¹⁾:

$$S_{1,1} = \frac{\lambda_{\text{pert}} - \lambda_{\text{orig}}}{a_{\text{pert}(1,1)} - a_{\text{orig}(1,1)}}$$

- Antes de começar a calcular, observe as fórmulas na planilha e certifique-se de que está entendendo o que está sendo calculado. O valor calculado para a sensibilidade ao modificar a classe 1 (plântula→plântula) deve ser copiado para a célula 1 da “Matriz de Sensibilidade” usando o recurso **EDITAR/COLAR ESPECIAL/VALORES**.
- **4.** Repita esse procedimento para todas as probabilidades de transição (ou seja, plântula→juvenil; plântula→adulto; etc.) e complete sua Matriz de Sensibilidade.
- **DICA: Lembre-se que você deve perturbar um elemento da matriz por vez. Os outros ficam com seu valor original. Então, quando for repetir o procedimento para a probabilidade de transição seguinte, é importante retornar o valor da célula que estava sendo analisada antes ao valor original. Para se certificar de que está modificando apenas o valor que interessa no momento, utilize a matriz original no topo da planilha para conferir se os demais valores estão iguais.**
- Verifique qual das probabilidades de transição produz o maior efeito sobre a taxa de crescimento populacional (λ).
- **5.** Para o cálculo da elasticidade é só dividir cada diferença da fórmula acima pelo valor original para que as diferenças sejam expressas em proporção. Uma alternativa é multiplicar o valor de Sensibilidade pela razão entre a taxa original e o λ original:

$$E_{ij} = \frac{a_{\text{orig}(i,j)}}{\lambda_{\text{orig}}} S_{ij}$$

Portanto, a elasticidade é:

$$E_{ij} = \frac{a_{\text{orig}(i,j)}}{\lambda_{\text{orig}}} S_{ij}$$

- **6.** Então, finalmente, na “Matriz de Elasticidade”, monte, para cada célula, uma fórmula para calcular a Elasticidade, de acordo com a equação indicada acima. Verifique agora qual das células produz o maior efeito sobre a taxa de crescimento populacional(λ).

Elasticidade e Sensibilidade na população de Palmito

- **1.** Baixe e abra a planilha para [análise de elasticidade de palmito](#) (obtida a partir dos dados de Silva Matos et al. 1999).
- **2.** Descubra um ponto vulnerável dessa população de palmitos. Escolha **dois** elementos da matriz de transição de palmito que você considere o mais importante e o menos importante para a viabilidade desta população. Calcule a sensibilidade e a elasticidade **destes dois elementos** e verifique se os valores confirmam sua suspeita.

Para saber mais

Bibliografia básica

Caswell, H. 2001. Matrix Population Models (Second edition), Sinauer Associates, Sunderland.

Freckleton, R.P., Silva Matos, D.M., Bovi, M.L.A & Watkinson, A.R. 2003. Predicting the impacts of harvesting using structured population models: the importance of density-dependence and timing of harvest for a tropical palm tree. *Journal of Applied Ecology*, 40: 846-858.

Gotelli, N. J. 2007. *Ecologia*. Cap.3- Crescimento Populacional Estruturado. Pp. 49-82. Ed. Planta.

Gurevitch, J, Scheiner, S.M, Fox, G.A. 2009. *Ecologia Vegetal*. Cap. 5 - Ed. Artmed, São Paulo.

Silva Matos, D.M., Freckleton, R.P. & Watkinson, A.R. 1999. The role of density dependence in the population dynamics of a tropical palm. *Ecology*, 80: 2635-2650.

Exemplos de aplicação

[Hal Caswell](#) é o principal pesquisador na área de modelos matriciais em ecologia. Seu [livro](#) é a referência básica sobre o assunto.

Caswell publicou muitas aplicações interessantes de modelos matriciais. Um ótimo exemplo de aplicação de análise elasticidade está [aqui](#).

Programas

Neste roteiro fizemos os cálculos passo a passo e com algumas aproximações numéricas para compreender os conceitos. Na vida real pesquisadores usam ferramentas computacionais que fazem os cálculos precisos e de um jeito mais prático. Para saber mais veja a apresentação ao pacote [popbio](#) do ambiente de programação estatística [R](#):

- Stubben, C., & Milligan, B. (2007). Estimating and analyzing demographic models using the popbio package in R. *Journal of Statistical Software*, 22(11), 1-23.

[planilha](#), [uma população](#), [população estruturada](#)

1)

a definição matemática de elasticidade é a derivada de λ em relação a a_{ij} . A equação a seguir é uma aproximação numérica que funciona com pequenas perturbações. Para saber mais, veja a seção ... [Para saber mais](#) 😊

From:

<http://ecovirtual.ib.usp.br/> -

Permanent link:

http://ecovirtual.ib.usp.br/doku.php?id=ecovirt:roteiro:pop_str:pstr_seexcel

Last update: **2021/08/06 18:34**

