



# Sensibilidade e elasticidade em modelos matriciais - Roteiro Google Sheets

Um instrumento importante nas análises de modelos populacionais matriciais é entender como as probabilidades de transição e permanência de cada classe afetam o crescimento da população. As quantidades que expressam isso são chamadas sensibilidade e elasticidade. São ferramentas poderosas tanto para o entendimento de diferentes estratégias de história de vida quanto para o manejo de populações ameaçadas, ou mesmo para o seu uso sustentável.

Sensibilidade e elasticidade referem-se à importância relativa de cada transição (i.e. cada seta no diagrama de ciclo de vida, ou cada elemento na matriz de Leslie ou de Lefkovitch) na determinação do  $\lambda$ . Ambas combinam informações de estrutura de estágio estável e dos valores reprodutivos.

- Sensibilidade: representa a contribuição direta de cada transição no  $\lambda$ .
- Elasticidade: é a sensibilidade ponderada pelas probabilidades de transição. Corresponde ao ajuste das sensibilidades de maneira a levar em conta as magnitudes relativas dos elementos de transição.

Neste exercício vamos utilizar um método numérico de perturbação da matriz de transição para o cálculo da contribuição para a taxa de crescimento de cada probabilidade na matriz. Basicamente, o que faremos é variar um pouco cada um dos valores da matriz de transição de cada vez e ver como a taxa de crescimento assintótica ( $\lambda$ ) se modifica. Esse método é chamado por alguns autores de “*the easy brute force method*”. Existem métodos mais robustos e com respostas mais exatas, mas os cálculos são mais complexos e menos intuitivos (veja seção “[para saber mais](#)”).

Vamos aplicar as perturbações às mesmas matrizes usadas no roteiro de [introdução aos modelos populacionais matriciais](#). São os dados reais da população de palmito jussara na parcela permanente da Ilha do Cardoso.

## Elasticidade e Sensibilidade da população de Palmito

### Como abrir a planilha e salvar os arquivos com exercícios resolvidos

A) Conecte-se a uma conta Google

B) Faça uma cópia da planilha “**euterpe\_elasticidade**” que está em formato Google Sheets no Google Drive da disciplina. Para isso clique no link abaixo **com o botão direito do mouse** e escolha

a opção “Abrir link em nova aba”:

[Clique aqui para a planilha do exercício](#)

C) Você será direcionado(a) para uma página perguntando se você deseja fazer uma cópia da planilha. Confirme que sim e uma cópia será gravada no seu Google Drive, e em seguida aberta.

D) Use esta planilha para realizar os exercícios a seguir.

## Entendendo a planilha e calculando Sensibilidade e Elasticidade

- 1. Na planilha temos no início a matriz de transição original (entre as células C5 e E7). Logo abaixo temos a “matriz para projeção da população e cálculo do lambda” (células C13 a E15). Todo o procedimento utilizado para calcular a taxa de crescimento (lambda  $\lambda$ ) a partir da projeção da população já está implementado nas células H12 até AF17.
- 2. Na “Matriz para projeção da população e cálculo do lambda”, produza uma pequena perturbação (no valor de 0,001) na probabilidade de permanência na classe Jovens 1 (célula C13). Ou seja, modifique o valor da célula adicionando 0,001. Vamos chamar esse valor perturbado de  $P_{\text{pert}(1,1)}$ . Chamaremos o valor original de  $P_{\text{orig}(1,1)}$ . Note que ao modificar o valor dessa célula, os valores de projeção irão mudar.
- 3. Na linha 17 da planilha, na parte marcada em **amarelo**, verifique a partir de qual tempo ocorre uma estabilização do valor de lambda. O valor estabilizado é a nova taxa de crescimento (lambda) da população a partir da perturbação produzida.
- 4. Para calcular a Sensibilidade: À direita da “Matriz de Sensibilidade” (que está localizada nas células C23 a E25) estão as informações que você precisa para calcular a sensibilidade e, ao final, uma célula (H25) com a fórmula já preparada, baseada na seguinte equação<sup>1)</sup>:

$$S_{i,j} = \frac{\lambda_{\text{pert}} - \lambda_{\text{orig}}}{P_{\text{pert}(i,j)} - P_{\text{orig}(i,j)}}$$

**Obs.:** Antes de começar a calcular, observe todas as fórmulas presentes na planilha e certifique-se de que está entendendo o que está sendo calculado. Por exemplo, repare que  $P_{\text{pert}(1,1)} - P_{\text{orig}(1,1)}$  é o valor de perturbação (0,001) que nós definimos *a priori*.

- 5. O valor calculado para a sensibilidade ao perturbar a classe 1 (Jovens 1 → Jovens 1) deve ser copiado para a célula correspondente (nesse caso, a célula C23) na “Matriz de Sensibilidade” usando o recurso do menu “Editar/Colar Especial/Colar somente os **valores**”.
- 6. Repita esse procedimento para todas as probabilidades de transição (ou seja, Jovens1→Jovens2; Jovens1→Adultos; etc.) e complete sua Matriz de Sensibilidade.

**IMPORTANTE:** Lembre-se que você deve perturbar um elemento da matriz por vez. Os outros ficam com seu valor original. Então, quando for repetir o procedimento para a probabilidade de transição seguinte, é importante retornar o valor da célula que estava sendo analisada antes ao valor original. Para se certificar de que está modificando apenas o valor que interessa no momento, utilize a matriz original no topo da planilha para

### conferir se os demais valores estão iguais.

- **7.** Após preencher toda a matriz, avalie para qual elemento da matriz o efeito sobre a taxa de crescimento populacional ( $\lambda$ ) é maior. Se ficar em dúvida, volte ao início da página e relembre o conceito de “Sensibilidade”.
- **8.** Para o cálculo da elasticidade é só dividir cada diferença (no numerador e no denominador) da fórmula acima pelo valor original para que as diferenças sejam expressas em proporção. Uma alternativa é multiplicar o valor de Sensibilidade pela razão entre a taxa original e o  $\lambda$  original, que é  $\frac{P_{orig(i,j)}}{\lambda_{orig}}$

Portanto a elasticidade é:

$$E_{ij} = S_{ij} * \frac{P_{orig(i,j)}}{\lambda_{orig}}$$

- **9.** Então, finalmente, na “Matriz de Elasticidade” (células C31 a E33), monte, para cada célula, uma fórmula para calcular a Elasticidade, de acordo com a equação indicada acima. Verifique agora qual dos elementos da matriz produz o maior efeito sobre a taxa de crescimento populacional( $\lambda$ ).

## Para saber mais

### Bibliografia básica

Caswell, H. 2001. Matrix Population Models (Second edition), Sinauer Associates, Sunderland.

Freckleton, R.P., Silva Matos, D.M., Bovi, M.L.A & Watkinson, A.R. 2003. Predicting the impacts of harvesting using structured population models: the importance of density-dependence and timing of harvest for a tropical palm tree. Journal of Applied Ecology, 40: 846-858.

Gotelli, N. J. 2007. Ecologia. Cap.3- Crescimento Populacional Estruturado. Pp. 49-82. Ed. Planta.

Gurevitch, J, Scheiner, S.M, Fox, G.A. 2009. Ecologia Vegetal. Cap. 5 - Ed. Artmed, São Paulo.

Silva Matos, D.M., Freckleton, R.P. & Watkinson, A.R. 1999. The role of density dependence in the population dynamics of a tropical palm. Ecology, 80: 2635-2650.

### Exemplos de aplicação

[Hal Caswell](#) é o principal pesquisador na área de modelos matriciais em ecologia. Seu [livro](#) é a referência básica sobre o assunto.

Caswell publicou muitas aplicações interessantes de modelos matriciais. Um ótimo exemplo de

aplicação de análise elasticidade está [aqui](#).

## Programas

Neste roteiro fizemos os cálculos passo a passo e com algumas aproximações numéricas para compreender os conceitos. Na vida real pesquisadores usam ferramentas computacionais que fazem os cálculos precisos e de um jeito mais prático. Para saber mais veja a apresentação ao pacote [popbio](#) do ambiente de programação estatística [R](#):

- Stubben, C., & Milligan, B. (2007). Estimating and analyzing demographic models using the popbio package in R. [Journal of Statistical Software](#), 22(11), 1-23.

1)

a definição matemática de elasticidade é a derivada parcial de  $\lambda$  em relação a  $P_{ij}$ . A equação a seguir é uma aproximação numérica que funciona com pequenas perturbações numéricas. Para saber mais, veja a seção ... [Para saber mais](#) 😊

From:  
<http://ecovirtual.ib.usp.br/> -

Permanent link:  
[http://ecovirtual.ib.usp.br/doku.php?id=ecovirt:roteiro:pop\\_str:pstr\\_segooogle&rev=1661811802](http://ecovirtual.ib.usp.br/doku.php?id=ecovirt:roteiro:pop_str:pstr_segooogle&rev=1661811802) 

Last update: **2022/08/29 19:23**