



Sensibilidade e elasticidade em modelos matriciais - Roteiro Google Sheets

Um instrumento importante nas análises de modelos populacionais matriciais é entender como as probabilidades de transição e permanência de cada classe afetam o crescimento da população. As quantidades que expressam isso são chamadas sensibilidade e elasticidade. São ferramentas poderosas tanto para o entendimento de diferentes estratégias de história de vida quanto para o manejo de populações ameaçadas, ou mesmo para o seu uso sustentável.

Sensibilidade e elasticidade referem-se à importância relativa de cada transição (i.e. cada seta no diagrama de ciclo de vida, ou cada elemento na matriz de Leslie ou de Lefkovitch) na determinação do λ . Ambas combinam informações de estrutura de estágio estável e dos valores reprodutivos.

- Sensibilidade: representa a contribuição direta de cada transição no λ .
- Elasticidade: é a sensibilidade ponderada pelas probabilidades de transição. Corresponde ao ajuste das sensibilidades de maneira a levar em conta as magnitudes relativas dos elementos de transição.

Neste exercício vamos utilizar um método numérico de perturbação da matriz de transição para o cálculo da contribuição para a taxa de crescimento de cada probabilidade na matriz. Basicamente, o que faremos é variar um pouco cada um dos valores da matriz de transição de cada vez e ver como a taxa de crescimento assintótica (λ) se modifica. Esse método é chamado por alguns autores de “*the easy brute force method*”. Existem métodos mais robustos e com respostas mais exatas, mas os cálculos são mais complexos e menos intuitivos (veja seção “[para saber mais](#)”).

Vamos aplicar as perturbações às mesmas matrizes usadas no roteiro de [introdução aos modelos populacionais matriciais](#). São os dados reais da população de palmito jussara na parcela permanente da Ilha do Cardoso.

Elasticidade e Sensibilidade da população de Palmito

Abrindo a planilha

Por meio do link abaixo acesse a planilha “**euterpe_elasticidade_2021**” que está na pasta chamada DINPOP_2021 no Google Drive da disciplina:

[euterpe_elasticidade_2021](#)



Você precisa estar conectado ao seu e-mail¹⁾ para conseguir acessar a pasta. Somente pessoas com e-mails autorizados podem acessar.

Siga os passos indicados abaixo:

1. Abra o arquivo **euterpe_elasticidade_2021** (**Importante: não modifique nada nesse arquivo!! Ele será usado por todas as outras pessoas**)
2. Vá para o menu “Arquivo” > selecione a opção “Fazer uma cópia”
3. Na caixa de “Nome do arquivo” mantenha o trecho “euterpe_elasticidade_2021” no nome e adicione seu nome ao final
4. Na caixa “Pasta”, localize a pasta “Resultados_Estudantes_2021” e salve esse arquivo dentro dessa pasta²⁾
5. Nesse arquivo com o seu nome você poderá fazer o exercício indicado abaixo
6. Ao finalizar as atividades do exercício, renomeie o arquivo para “euterpe_elasticidade_2021_SeuNome_**finalizado**”
7. Caso queira ficar com uma cópia para consultar depois, faça o download desse arquivo finalizado para o seu computador

Entendendo a planilha e calculando Sensibilidade e Elasticidade

- **1.** Na planilha temos no início a matriz de transição original. Para ter certeza que está visualizando essa matriz, role a tela até a célula A1 da planilha. Logo abaixo temos a “matriz para projeção da população e cálculo do lambda”, na qual todo o procedimento utilizado para calcular a taxa de crescimento (λ) a partir da projeção da população já está implementado.
- **2.** Na “Matriz para projeção da população e cálculo do lambda”, produza uma pequena perturbação (no valor de 0,001) na probabilidade de permanência na classe Jovens 1. Ou seja, modifique o valor da célula adicionando 0,001. Vamos chamar esse valor perturbado de $P_{\text{pert}(1,1)}$. Chamaremos o valor original de $P_{\text{orig}(1,1)}$. Note que ao modificar o valor dessa célula, os valores de projeção irão mudar.
- **3.** Na linha 17 da planilha, na parte marcada em **amarelo**, verifique se ocorre uma estabilização do valor de lambda. O valor estabilizado é a nova taxa de crescimento (lambda) da população a partir da perturbação produzida.
- **3.** Calculando a Sensibilidade: À direita da “Matriz de Sensibilidade” estão as informações que você precisa para calcular a sensibilidade e ao final uma célula com a fórmula já preparada, baseada na seguinte equação³⁾:

$$S_{1,1} = \frac{\lambda_{\text{pert}} - \lambda_{\text{orig}}}{P_{\text{pert}(1,1)} - P_{\text{orig}(1,1)}}$$

- Antes de começar a calcular, observe as fórmulas na planilha e certifique-se de que está entendendo o que está sendo calculado. O valor calculado para a sensibilidade ao modificar a classe 1 (plântula→plântula) deve ser copiado para a célula 1 da “Matriz de Sensibilidade” usando o recurso **EDITAR/COLAR ESPECIAL/VALORES**.

- **4.** Repita esse procedimento para todas as probabilidades de transição (ou seja, $C \rightarrow B$; $C \rightarrow A$; etc.) e complete sua Matriz de Sensibilidade.
- **DICA: Lembre-se que você deve perturbar um elemento da matriz por vez. Os outros ficam com seu valor original. Então, quando for repetir o procedimento para a probabilidade de transição seguinte, é importante retornar o valor da célula que estava sendo analisada antes ao valor original. Para se certificar de que está modificando apenas o valor que interessa no momento, utilize a matriz original no topo da planilha para conferir se os demais valores estão iguais.**
- Verifique qual das probabilidades de transição produz o maior efeito sobre a taxa de crescimento populacional (λ).
- **5.** Para o cálculo da elasticidade é só dividir cada diferença da fórmula acima pelo valor original para que as diferenças sejam expressas em proporção. Uma alternativa é multiplicar o valor de Sensibilidade pela razão entre a taxa original e o λ original, que é $\frac{P_{\text{orig}(1,1)}}{\lambda_{\text{orig}}}$

Portanto a elasticidade é:

$$E_{ij} = \frac{P_{\text{orig}(ij)}}{\lambda_{\text{orig}}} S_{ij}$$

- **6.** Então, finalmente, na “Matriz de Elasticidade”, monte, para cada célula, uma fórmula para calcular a Elasticidade, de acordo com a equação indicada acima. Verifique agora qual das células produz o maior efeito sobre a taxa de crescimento populacional(λ).



- Quais vantagens e desvantagens você identifica no uso de elasticidade e sensibilidade?
- Quais são os elementos de maior sensibilidade e elasticidade para a população analisada? Que recomendações de manejo você faria usando esses valores?

Para saber mais

Bibliografia básica

Caswell, H. 2001. Matrix Population Models (Second edition), Sinauer Associates, Sunderland.

Freckleton, R.P., Silva Matos, D.M., Bovi, M.L.A & Watkinson, A.R. 2003. Predicting the impacts of harvesting using structured population models: the importance of density-dependence and timing of harvest for a tropical palm tree. Journal of Applied Ecology, 40: 846-858.

Gotelli, N. J. 2007. Ecologia. Cap.3- Crescimento Populacional Estruturado. Pp. 49-82. Ed. Planta.

Gurevitch, J, Scheiner, S.M, Fox, G.A. 2009. Ecologia Vegetal. Cap. 5 - Ed. Artmed, São Paulo.

Silva Matos, D.M., Freckleton, R.P. & Watkinson, A.R. 1999. The role of density dependence in the population dynamics of a tropical palm. Ecology, 80: 2635-2650.

Exemplos de aplicação

[Hal Caswell](#) é o principal pesquisador na área de modelos matriciais em ecologia. Seu [livro](#) é a referência básica sobre o assunto.

Caswell publicou muitas aplicações interessantes de modelos matriciais. Um ótimo exemplo de aplicação de análise elasticidade está [aqui](#).

Programas

Neste roteiro fizemos os cálculos passo a passo e com algumas aproximações numéricas para compreender os conceitos. Na vida real pesquisadores usam ferramentas computacionais que fazem os cálculos precisos e de um jeito mais prático. Para saber mais veja a apresentação ao pacote [popbio](#) do ambiente de programação estatística [R](#):

- Stubben, C., & Milligan, B. (2007). Estimating and analyzing demographic models using the popbio package in R. [Journal of Statistical Software](#), 22(11), 1-23.

1)

o endereço que foi confirmado para a comunicação com a disciplina

2)

lembre-se de clicar duas vezes quando aparecer o nome da pasta para que o arquivo realmente seja salvo dentro dela

3)

a definição matemática de elasticidade é a derivada parcial de λ em relação a P_{ij} . A equação a seguir é uma aproximação numérica que funciona com pequenas perturbações numéricas. Para saber mais, veja a seção ... [Para saber mais](#) 😊

From:

<http://ecovirtual.ib.usp.br/> -

Permanent link:

http://ecovirtual.ib.usp.br/doku.php?id=ecovirt:roteiro:pop_str:pstr_segooogle&rev=1628913374



Last update: **2021/08/14 00:56**