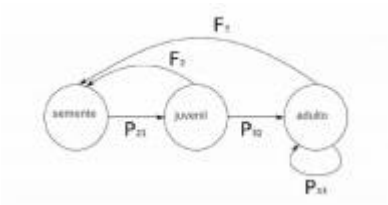
Modelos populacionais matriciais - Roteiro com planilhas

Matriz de Leslie/Leftkovitch



O crescimento de uma população com estrutura etária pode ser projetado utilizando-se álgebra matricial. As matrizes de Leslie contêm informação sobre as taxas de natalidade e mortalidade de diferentes classes etárias de uma população e são uma forma robusta de calcular o crescimento populacional e fazer projeções da população para diferentes cenários. Uma generalização da matriz de Leslie ocorre quando a população é classificada por estágios de desenvolvimento (matriz de Leftkovitch) e não por idade. Neste caso, um indivíduo de uma dada classe pode, além de morrer, crescer e reproduzir, permanecer no mesmo estádio a cada intervalo de tempo. Nessa generalização, as taxas vitais básicas (crescimento, sobrevivência e reprodução) estão embutidas nos valores das matrizes de transição, onde computamos o efeito que o número de indivíduos em cada classe exerce no tamanho das outras classes no intervalo de tempo seguinte.

Objetivo

O objetivo desse exercício é entender como podemos tratar populações estruturadas com estes modelos matriciais. Antes de iniciar um modelo de dinâmica populacional, vamos fazer uma multiplicação de matriz no Excel.

Multiplicando Matrizes

Vamos usar um dos exemplos que está no Capítulo 5 do livro Ecologia Vegetal (Gurevitch et al. 2009)[1)]

- **1.** Prepare a matriz da população do cactus *Escobaria robbinsorum* do “Local C” (pag. 111) e monte em uma planilha do Excel (ou abra o cactus2010.xls para uma versão da planilha já montada)
- **2.** Multiplique o vetor de tamanho da população (número de indivíduos do t1 - “N1” na planilha) pela matriz de transição. Para isso, posicione o cursor na célula `I4`, em seguida clique no menu INSERIR/FÓRMULA/MATRIZ (Excel) ou INSERIR/FUNÇÃO/MATRIZ (Calc) e escolha a função de multiplicação de matrizes, (M.MULT ou MATRIZ.MULT dependendo da versão do programa).

Indique, na caixa de diálogo da função, o que deve ser multiplicado: primeiro a matriz de transição e depois o vetor da população. **Atenção:** antes de qualquer movimento (ou respiração) **faça os passos 3 e 4**, caso contrário, você corre o risco de entrar no vórtex infinito do Excel!!

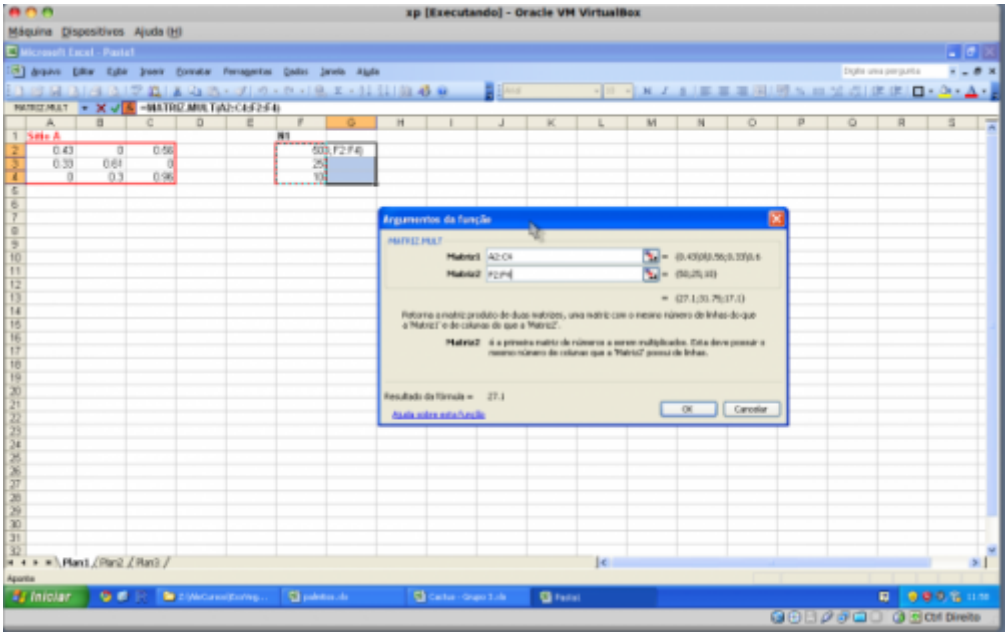
- **3.** Na caixa de diálogo da função coloque o símbolo de **$** na frente das letras e números do código de seleção das colunas e linhas referentes à localização da matriz de transição na planilha (ex: `$C$4:$E$6`). Isso fixa a seleção da matriz de transição na fórmula e ajuda a projetar a população no Excel automaticamente, sem a necessidade de refazer o passo anterior para cada tempo. **Não fixe o vetor de tamanho da população!! Não é isso que você quer!!!…**

- **4.** O resultado da multiplicação é um vetor (N2) com o número de indivíduos no instante de tempo seguinte (t+1) para cada uma das classes (as três linhas da coluna N2).

> Don't panic!
>
> Caso a fórmula resulte apenas no resultado da primeira célula, será necessário fazer o seguinte procedimento:
>
> 1. selecione a célula do resultado da primeira classe junto com as células onde deveriam estar os valores relativos a cada uma das outras classes (no vetor N2);
> 2. depois disso **pressione a tecla F2** (para abrir a fórmula) e em seguida **Control + Shift+ Enter** (comando para colar a formula nas células da seleção).
>
> Isso deve resolver! As três linhas da coluna referente ao vetor N2 deverão estar preenchidas ao final dessa operação.
> Obs.: Se você tem um Mac, a sequência de teclas que devem ser pressionadas é um pouco diferente. Pressione as teclas **control+U** e em seguida **command+return (ou command+enter)**

- **5.** Para projetar a população para tempo futuros (N3, N4, etc), você pode proceder de duas formas diferentes: 1) Selecione todo o vetor (as três células da coluna com o resultado - certifique-se que a fórmula está com os símbolos $), copie e cole na coluna seguinte. Repita esse procedimento para várias colunas (ou seja, vários tempos futuros) até a coluna que desejar projetar a população; 2) Selecione todo o vetor (as três células da coluna com o resultado - certifique-se que a fórmula está com os símbolos $), em seguida encontre o sinal de + que aparece na canto inferior direito da seleção ao posicionar o mouse, clique e arraste horizontalmente até a coluna que deseja projetar a população.

> Don't panic!
>
> Caso sua planilha entre no modo **VORTEX INFINITO** (ou seja, o Excel tomou conta do computador e fica mandando uma mensagem de erro toda vez que você respira) pressione a tecla **ESC** várias vezes até que a planilha saia do transe.



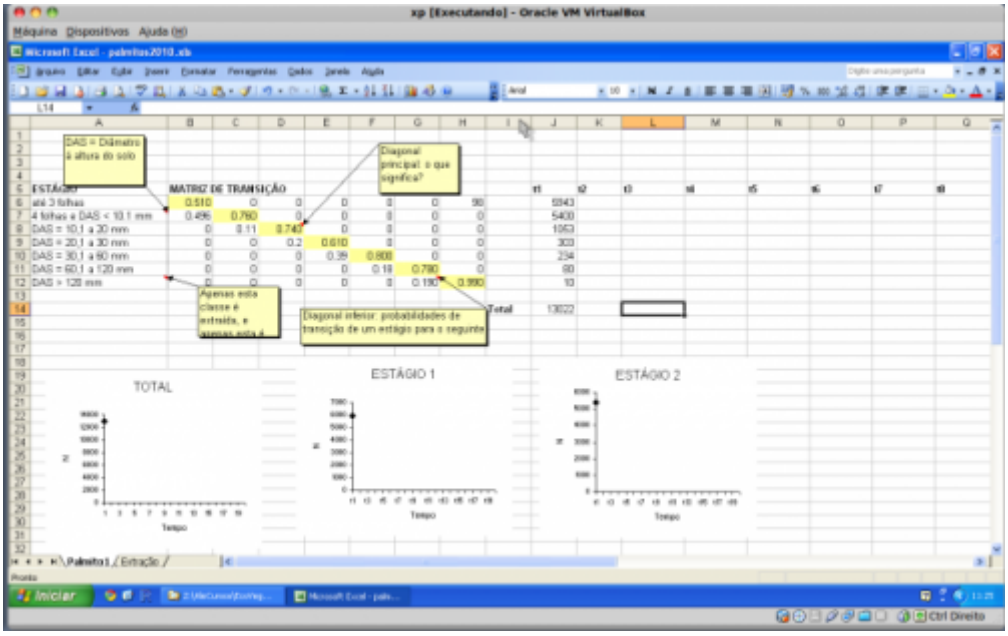
- **6.** Após projetar a população ao longo de vários tempos (preferencialmente mais de 15 tempos), produza um gráfico com o tamanho de cada classe ao longo do tempo. Faça também um gráfico do total da população ao longo do tempo. Para obter o total da população basta fazer a soma das classes de cada vetor. Verifique o que acontece com o tamanho das classes e da população como um todo.

- **7.** Faça agora um gráfico da proporção de indivíduos em cada classe ao longo do tempo. Verifique o que acontece com a distribuição das proporções das classes depois de algum tempo.

- **8.** Calcule o quanto a população total cresceu de um tempo para outro $(\frac{N_{t+1}}{N_t}$) e faça o gráfico dessa taxa de crescimento da população ao longo do tempo.

Extração de palmito é sustentável?

- **1.** Baixe e abra a planilha palmitos2011.xls. Nela está a matriz de transição para uma população de palmito (*Euterpe edulis* Mart.) na Reserva de Santa Genebra, Campinas (Silva Matos et al. 1999).



Entendendo a planilha

Os indivíduos foram classificados em sete estádios, em função de seu tamanho (diâmetro à altura do solo - DAS). As taxas de transição e fertilidade foram estimadas para intervalos de um ano, a partir dos dados de acompanhamento da população por três anos. Os adultos são as árvores do último estádio e são os únicos a se reproduzir. Os autores estimaram que cada adulto produz, em média, 98 indivíduos do primeiro estádio de um ano a outro. Note que as taxas de transição variam bastante entre classes. Identifique valores de fertilidade e transição na matriz.

Note que a matriz é baseada em estádios de desenvolvimento ao invés de classes de idade, por isso é possível que os indivíduos permaneçam na mesma classe de um tempo a outro. Nesses casos, a matriz de transição (denominada de Matriz de Leftkovitch) tem também probabilidades de permanência. Localize as probabilidades de permanência na matriz.

- **2.** Primeiro vamos calcular a taxa de crescimento assintótica (λ). Essa é o valor de estabilização da taxa de crescimento quando projetamos por muitos intervalos de tempo. Para isso só precisamos reproduzir os passos do exercício anterior. **Atenção:** agora a matriz de transição é maior e toda ela deve ser selecionada e fixada na fórmula de multiplicação de matrizes.

- **3.** Calcule também a distribuição de classes estável, ou seja a proporção de cada classe em relação ao total da população em equilíbrio.

- **4.** Vamos avaliar o impacto da extração de adultos reprodutivos sobre essa população. Modelaremos a extração de uma fração fixa dos adultos a cada ano, antes que eles se reproduzam. Faremos isso com o mesmo arquivo, mas na segunda planilha/aba (chamada “Extração”). O percentual de adultos extraídos deve ser colocado na célula M2.

- **5.** Use a TABELA DE RESULTADOS, que está localizada logo abaixo na mesma planilha, para armazenar seus resultados. As colunas representam cada instante de tempo e as linhas as classes referentes aos estádios de desenvolvimento. Copie para a primeira coluna o vetor de tamanho da população no tempo 1. Atenção: Para copiar os resultados da multiplicação referentes à segunda coluna da tabela (tempo 2) **use a opção EDITAR/COLAR**

ESPECIAL/VALORES.

- **6.** Para o tempo seguinte, você deve repetir os cálculos do vetor. Mas, nessa planilha será um pouco diferente. Para cada tempo seguinte, será necessário copiar o vetor com o resultado da multiplicação anterior (coluna L) e colar (**Atenção: com EDITAR/COLAR ESPECIAL/VALORES!**) no local onde está o vetor da população inicial (ou seja, na coluna J). Dessa forma, os resultados da fórmula de multiplicação serão atualizados, resultando nos valores para o tempo seguinte (ou seja, os novos valores que aparecerão na coluna L). A cada tempo você deve então copiar esses novos valores para a TABELA DE RESULTADOS, na coluna correspondente. Repita isso até o tempo 15 ou mais.

ATALHO

- **Se você já tem experiência com fórmulas no Excel e quiser um caminho alternativo para automatizar o cálculo, evitando erros de COPIAR/COLAR ESPECIAL, siga os seguinte passos**:
- Repita os passos 1 a 5 da seção anterior (exercício dos cactos) para fazer a multiplicação das matrizes. Fixe os valores de percentual de extração da fórmula na célula L12 utilizando o $. A fórmula deve ficar assim: = K12*(100-$M$2)/100. Copie e cole as células K6:L12 (você pode selecionar as duas colunas ao mesmo tempo) na célula M6. Devem aparecer duas novas colunas de números. A segunda coluna representa os valores da população após a extração. Repita esses procedimento, colando sempre as células uma ao lado da outra.
- Na TABELA DE RESULTADOS, basta colocar na célula C18 a formula =L6, dar enter e arrastar para completar todas as células referentes às classes de tamanho no tempo t2. Para o tempo t3, na célula D18 digite =N6 e copie para as outras classes de tamanho, para o tempo t4, na célula E18 digite =P6 e copie para as outras classes de tamanho, e assim por diante, sempre lembrando de pular uma coluna.
- **OBS.: Se não tem experiência com fórmulas no Excel, não perca tempo nesse momento tentando entender esse atalho. Tente em casa depois!**

- **7.** Compare o crescimento populacional projetado em cenários sem e com extração de adultos. Varie o percentual de extração como desejar (teste, no mínimo, três percentuais diferentes de extração).

- **8.** Faça uma única extração de 100% dos adultos no primeiro ciclo e veja se a população consegue se recuperar ou se declina até a extinção. Obtenha também o tempo necessário para que um destes resultados ocorra.

Para saber mais

Gotelli, N. J. 2007. Ecologia. Cap.3- Crescimento Populacional Estruturado. Pp. 49-82. Ed. Planta.

Gurevitch, J, Scheiner, S.M, Fox, G.A. 2009. Ecologia Vegetal. Cap. 5 - Ed. Artmed, São Paulo.

An Intuitive Guide to Linear Algebra, do excelente site Better explained.

Freckleton, R.P., Silva Matos, D.M., Bovi, M.L.A & Watkinson, A.R. 2003. Predicting the impacts of harvesting using structured population models: the importance of density-dependence and timing of harvest for a tropical palm tree. Journal of Applied Ecology, 40: 846-858.

Silva Matos, D.M., Freckleton, R.P. & Watkinson, A.R. 1999. The role of density dependence in the

population dynamics of a tropical palm. Ecology, 80: 2635-2650.

Programas

Neste roteiro fizemos os cálculos passo a passo e com algumas aproximações numéricas para compreender os conceitos. Na vida real pesquisadores usam ferramentas computacionais que fazem os cálculos precisos e de um jeito mais prático. Para saber mais veja a apresentação ao pacote popbio do ambiente de programação estatística R:

- Stubben, C., & Milligan, B. (2007). Estimating and analyzing demographic models using the popbio package in R. Journal of Statistical Software, 22(11), 1-23.

planilha, uma população, população estruturada, exercício
[1)]
veja bibliografia

From:
http://ecovirtual.ib.usp.br/ -

Permanent link:
http://ecovirtual.ib.usp.br/doku.php?id=ecovirt:roteiro:pop_str:pstr_mtexcel&rev=1628284237

Last update: **2021/08/06 18:10**