

- 
- Exercícios

# Integral

A integral está relacionada ao problema do cálculo de área sobre curvas, volumes e muitas outras aplicações.

[Introdução a Integral](#)

## Integrais Indefinidas

As integrais podem ser vistas como antiderivadas, ou seja, a operação inversa da derivada. Vamos agora ver isso no Maxima, peguemos os casos do exercício feito na aula anterior:

### Derivadas

**Ache as derivadas e em seguida as antiderivadas**

1.  $f(x) = \exp(x) + x^7$
2.  $f(x) = x + \sin(x)$
3.  $f(x) = 5x^3 + 2$
4.  $f(x) = \cos(x) + \sin(x)$
5.  $f(x) = x^2 + x^3 \cos(x)$
6.  $f(x) = \exp(x) \ln(x)$
7.  $f(x) = x^5 \sin(x)$
8.  $f(x) = \frac{1}{x}$
9.  $f(x) = \frac{1}{x^2}$
10.  $f(x) = \frac{\exp(x)}{x}$
11.  $f(x) = \frac{\sin(x)}{x^2}$

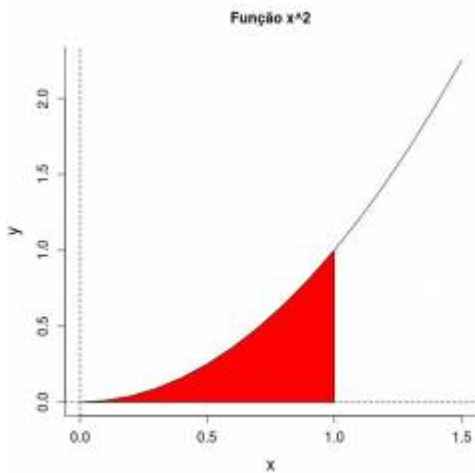
Integral no Máxima

A função do máximo que opera integrais é *integrate* que tem como argumentos principais a função e a variável a ser integrada. Há duas formas da função no Máxima,

```
integrate(2*x, x);  
'integrate(2*x, x);
```

A primeira retorna a solução da Integral, a segunda, a representação simbólica da Integral.

# Integrais definidas



Podemos pensar a integral definida como a área resultante sob a curva da função em um dado intervalo. Vamos visualizar isso graficamente com a nossa já conhecida função quadrática  $f(x)=x^2$  a área no intervalo de 0 até 1. Que em notação matemática é representado como:

$$\int_0^1 f(x) \sim dx$$

## Área Aproximada

Vamos tentar resolver o problema de forma bastante intuitiva e com as ferramentas que temos <sup>168)</sup>. Não sabemos calcular a área sob curvas, apenas áreas de figuras geométricas regulares. Vamos então, transformar a curva em retângulos contíguos e calcular a somatória da área desses retângulos!

Primeiro vamos desenhar o gráfico acima do nosso problema.

```
#####
## área sob a curva f(x)= x^2;
## no intervalo 0 a 1
#####
par(mfrow=c(2,2))
seq.x=seq(0,1.5, by=0.1)
seq.y=seq.x^2
plot(seq.x,seq.y, type="l", bty="l", cex.lab=1.5, cex.axis=1.2, main=
"Função x^2", xlab="x", ylab="y")
abline(v=0, lty=2)
abline(h=0, lty=2)
seq.x1=seq(0,1,by=0.1)
seq.y1=seq.x1^2
polygon(c(1,0,seq.x1,1), c(0,0,seq.y1,0),col="red")
title(sub=paste("Área= ??"))
#savePlot("area_x2.jpeg", type="jpeg")
```

## Cálculo da Área

```
#####
#### Aproximação da Área ####
#####
n.seq1=length(seq.x1)
plot(seq.x,seq.y, type="l", bty="l", cex.lab=1.5, cex.axis=1.2, main=
"Altura Mínima",xlab="x", ylab="y")
abline(v=0, lty=2)
abline(h=0, lty=2)
abline(v=1, lty=2)
barplot(height=seq.y1[-n.seq1],width=0.1, space=0, col="red", add=TRUE,
yaxt="n")

#####
## calculo da área dos retângulos
#####
h1=seq.y1[-n.seq1]
(ar1= sum(h1*0.1))
title(sub=paste("Área=",ar1))
```

## Outra Solução

```
#####
## Altura da área a esquerda
#####
plot(seq.x,seq.y, type="l", bty="l", cex.lab=1.5, cex.axis=1.2, main=
"Altura Máxima", xlab="x", ylab="y")
abline(v=0, lty=2)
abline(h=0, lty=2)
abline(v=1, lty=2)
barplot(height=seq.y1[-1],width=0.1, space=0, col="red", add=TRUE,,
yaxt="n")
lines(seq.x,seq.y)
#####
## calculo da área dos retângulos
#####
h2=seq.y1[-1]
(ar2= sum(h2*0.1))
title(sub=paste("Área=",ar2))
```

## Altura Média

```
#####
## Altura da área na media
#####
plot(seq.x,seq.y, type="l", bty="l", cex.lab=1.5, cex.axis=1.2, main=
```

```
"Altura Média", xlab="x", ylab="y")
abline(v=0, lty=2)
abline(h=0, lty=2)
abline(v=1, lty=2)
barplot(height=diff(seq.y1)/2+seq.y1[-n.seq1],width=0.1, space=0, col="red",
add=TRUE, yaxt="n")
lines(seq.x,seq.y)
#####
## calculo da área dos retângulos
#####
h3=diff(seq.y1)/2+seq.y1[-n.seq1]
(ar3= sum(h3*0.1))
title(sub=paste("Área=",ar3))
#####
```

### Diminuindo os intervalos

Agora vamos diminuir os intervalos do eixo x, a partir da área estimada para a altura média do retângulo no intervalo. Esse processo é o mesmo que dizer que o intervalo tende a zero  $\Delta x \rightarrow 0$ , em outras palavras estamos buscando a somatória de limites. Podemos formular dessa forma:

$$\int_a^b f(x) \sim dx = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(x_i^*) \Delta x_i$$

#### $dx = 0.1$

```
#####
## DIMINUNIDO O INTERVALO (BASE) DOS RETÂNGULOS ##
#####
x11()
par(mfrow=c(2,2))
plot(seq.x,seq.y, type="l", bty="l", cex.lab=1.5, cex.axis=1.2, main=
"f(x)=x^2\t ; dx=0.1", xlab="x", ylab="y")
abline(v=0, lty=2)
abline(h=0, lty=2)
abline(v=1, lty=2)
barplot(height=diff(seq.y1)/2+seq.y1[-n.seq1],width=0.1, space=0, col="red",
add=TRUE, yaxt="n")
lines(seq.x,seq.y)
title(sub=paste("Área=",ar3))
```

#### $dx = 0.05$

```
#####
### dx=0.05 ###
#####
dx=0.05
seq.05= seq(0,1, by=dx)
seq.05y=seq.05^2
```

```

plot(seq.x,seq.y, type="l", bty="l", cex.lab=1.5, cex.axis=1.2, main=
paste("dx=", dx), xlab="x", ylab="y")
abline(v=0, lty=2)
abline(h=0, lty=2)
abline(v=1, lty=2)
barplot(height=diff(seq.05y)/2+seq.05y[-length(seq.05y)],width=dx, space=0,
col="red", add=TRUE, yaxt="n")
lines(seq.x,seq.y)
#####
## calculo da área dos retângulos
#####
h4=diff(seq.05y)/2+seq.05y[-length(seq.05y)]
(ar4= sum(h4*dx))
title(sub=paste("Área=",ar4))

```

### \$d\_x=0.01\$

```

#####
### dx=0.01 ##
#####
dx=0.01
seq.01= seq(0,1, by=dx)
seq.01y=seq.01^2
plot(seq.x,seq.y, type="l", bty="l", cex.lab=1.5, cex.axis=1.2, main=
paste("dx=", dx), xlab="x", ylab="y")
abline(v=0, lty=2)
abline(h=0, lty=2)
abline(v=1, lty=2)
barplot(height=diff(seq.01y)/2+seq.01y[-length(seq.01y)],width=dx, space=0,
col="red", add=TRUE, yaxt="n")
lines(seq.x,seq.y)
#####
## calculo da área dos retângulos
#####
h5=diff(seq.01y)/2+seq.01y[-length(seq.01y)]
(ar5= sum(h5*dx))
title(sub=paste("Área=",ar5))

```

### \$d\_x=0.001\$

```

#####
### dx=0.001 ##
#####
dx=0.001
seq.001= seq(0,1, by=dx)
seq.001y=seq.001^2
plot(seq.x,seq.y, type="l", bty="l", cex.lab=1.5, cex.axis=1.2, main=
paste("dx=", dx), xlab="x", ylab="y")

```

```

abline(v=0, lty=2)
abline(h=0, lty=2)
abline(v=1, lty=2)
barplot(height=diff(seq.001y)/2+seq.001y[-length(seq.001y)],width=dx,
space=0, col="red", add=TRUE, yaxt="n")
lines(seq.x,seq.y)
#####
## calculo da área dos retângulos
#####
h6=diff(seq.001y)/2+seq.001y[-length(seq.001y)]
(ar6= sum(h6*dx))
title(sub=paste("Área=",ar6))

```

## Maxima



Vamos integrar algumas equações no Maxima. Abra o arquivo [integral.wxm](#) e aplique a integral nas funções apresentadas no roteiro.

[maxima, integral](#)  
168)

Cuidado com o [Martelo de Maslow](#): "... se o único instrumento que tem é um martelo, todos o problemas parecem pregos!"

From:  
<http://ecovirtual.ib.usp.br/> -

Permanent link:  
<http://ecovirtual.ib.usp.br/doku.php?id=ecovirt:roteiro:math:integralr>



Last update: **2017/11/21 09:30**