

- 
- Exercícios

Integral

Exercício 1

Determine o resultado das seguintes integrações:

- a) $\int \sin(x) dx$
- b) $\int x^2 + 1 dx$
- c) $\int_0^1 \cos(x) dx$
- d) $\int_{-1}^5 x^3 + 2x dx$
- e) $\int_1^{\infty} \frac{1}{x^2} dx$
- f) $\int_0^1 \sin(x^{27}) dy$ (cuidado, pegadinha!)

Quais desses são integrais definidas e quais são integrais indefinidas?

Exercício 2

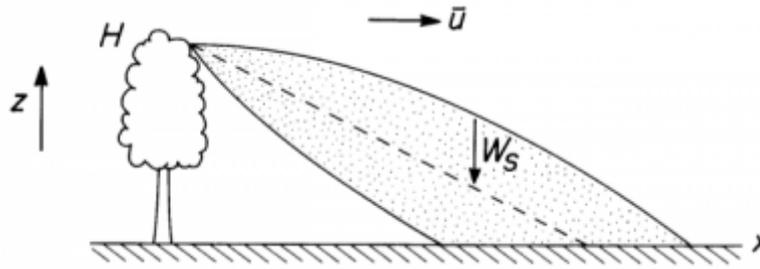
(Use o Maxima)

Em algumas espécies o principal fator que leva a dispersão das sementes é o vento. É possível modelar a distribuição das sementes em função da distancia da fonte mecanisticamente, e uma das expressões, para ventos unidirecionais, que podem ser derivadas é

$$* Q(x) = \frac{NW_s}{\sqrt{2\pi} \bar{u} \sigma_z} \exp \left[- \frac{(H - W_s / \bar{u})^2}{2 \sigma_z^2} \right]$$

Os parâmetros dessa equação são:

- * N : a taxa de produção de sementes na fonte
- * σ_z : o componente vertical da variância no movimento aleatório da semente
- * W_s : a velocidade de fixação da semente
- * \bar{u} : velocidade media do vento
- * H : altura da fonte



(Okubo & Levin, 1989)

1) Vamos encontrar qual é o total de sementes que uma árvore dispersa em um raio de 1m. Para isso, integre a função $Q(x)$ entre -1 e 1. Use $N = 100$, $\sigma_z = W_s = \bar{u} = H = 1$.

2) Qual é o total de sementes dispersadas em **todo** o eixo x? Esse resultado é esperado?

3) Qual é a expressão que, para uma certa distancia d , dá o total de sementes dispersadas entre 0 e d ?

* (Nota: ERF? Leia sobre essa função esquisita [aqui](#))

Exercício 3

No exercício 2, consideramos a dispersão de sementes no espaço em um tempo fixo (como uma fotografia). Vamos agora observar a produção de sementes ao longo do tempo: agora N será uma função periódica do tempo para representar as estações do ano:

$$* N(t) = N_0(\sin(t) + 1)$$

Vamos usar $N_0 = 100$, e assim, nosso exercício anterior corresponde ao caso em que $\sin(t)=0$ (por exemplo, com $t=0$).

Agora, nossa função $Q(x, t)$ depende não só de x , mas também de t :

$$Q(x, t) = \frac{N(t)W_s}{\sqrt{2\pi}\bar{u}\sigma_z} \exp\left[-\frac{(H-W_sx/\bar{u})^2}{2\sigma_z^2}\right]$$

1) Encontre a densidade total de sementes dispersadas na distância entre -1 e 1 no tempo 0, para se certificar de que isso bate com o resultado anterior: $\int_{-1}^1 Q(x, 0) dx$.

2) Qual é a densidade de sementes que caem sobre o ponto $x=1$ durante um ciclo anual completo, ou seja, com t variando de 0 a 2π ? Resolva a integral *no tempo*: $\int_0^{2\pi} Q(1, t) dt$.

3) Encontre uma expressão para a densidade de sementes em momento t qualquer, no raio de x entre -1 e 1. Veja que essa resposta vai ser uma *função de t*, vamos chama-la de $h(t)$, onde $h(t) = \int_{-1}^1 Q(x,t) dx$.

4) Use essa função que você achou na questão 2.3 para encontrar a densidade total de sementes dispersadas com x entre -1 e 1 e durante todo um ciclo anual.

Nesse último exercício, você calculou a integral $\int_0^{2\pi} h(t) dt$. Se você escrever a definição de $h(t)$ nessa expressão, vamos chegar a:

$\int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 Q(x, t), dx dt$

Parabéns! Você acabou de fazer uma [integral dupla!](#) 😊

Desafio

(Não precisa entregar essa parte, mas leia com carinho!)

- 1) Na questão 2 acima, a nossa produção de sementes está posicionada na origem. Se uma árvore estiver em uma posição genérica x , escreva qual é a expressão da taxa de queda de sementes em um ponto y .
- 2) Mudemos agora nosso ponto de vista. Numa expedição de reconhecimento matemático pelo eixo x , intrépidos exploradores encontraram uma vasta e densa floresta, que se estende do ponto A até o longínquo ponto B, composta por N fontes de sementes homogeneamente distribuídas. É possível construir uma função que nos dê a taxa de queda de sementes em cada ponto do eixo? (Como temos um modelo de vento unidirecional, suponha que ventos de A para B)
- 3) É possível quantificar a taxa de emigração dessa floresta (a taxa de sementes que se fixam para além de B)?
- 4) Como ficaria a expressão construída em 2 se a floresta, ao invés de ser homogênea, tivesse suas fontes distribuídas seguindo uma normal?
- 5) E se ventasse metade do tempo para cada lado, como ficaria a expressão em 2?
- 6) Usando a expressão obtida em 5, e o teorema fundamental do cálculo, descubra o ponto em que se fixa o maior número de sementes.

Reposta

Veja a solução do exercício [solexintegral.wxm](#)

From:

<http://ecovirtual.ib.usp.br/> -

Permanent link:

http://ecovirtual.ib.usp.br/doku.php?id=ecovirt:roteiro:math:exec_integral



Last update: **2016/05/10 07:19**