

# Coeficiente de determinação


O coeficiente de determinação ( $R^2$ ) expressa a proporção da variação de uma medida (variável resposta) que é explicada pela variação de outra (variável explanatória). Se supomos que a variação é explicada por uma relação linear, os cálculos são simples e ajudam muito a entender a lógica da partição da variação que está por trás do  $R^2$ .

Neste roteiro vamos usar a regressão linear e um conjunto pequeno de dados para entender o coeficiente de determinação.

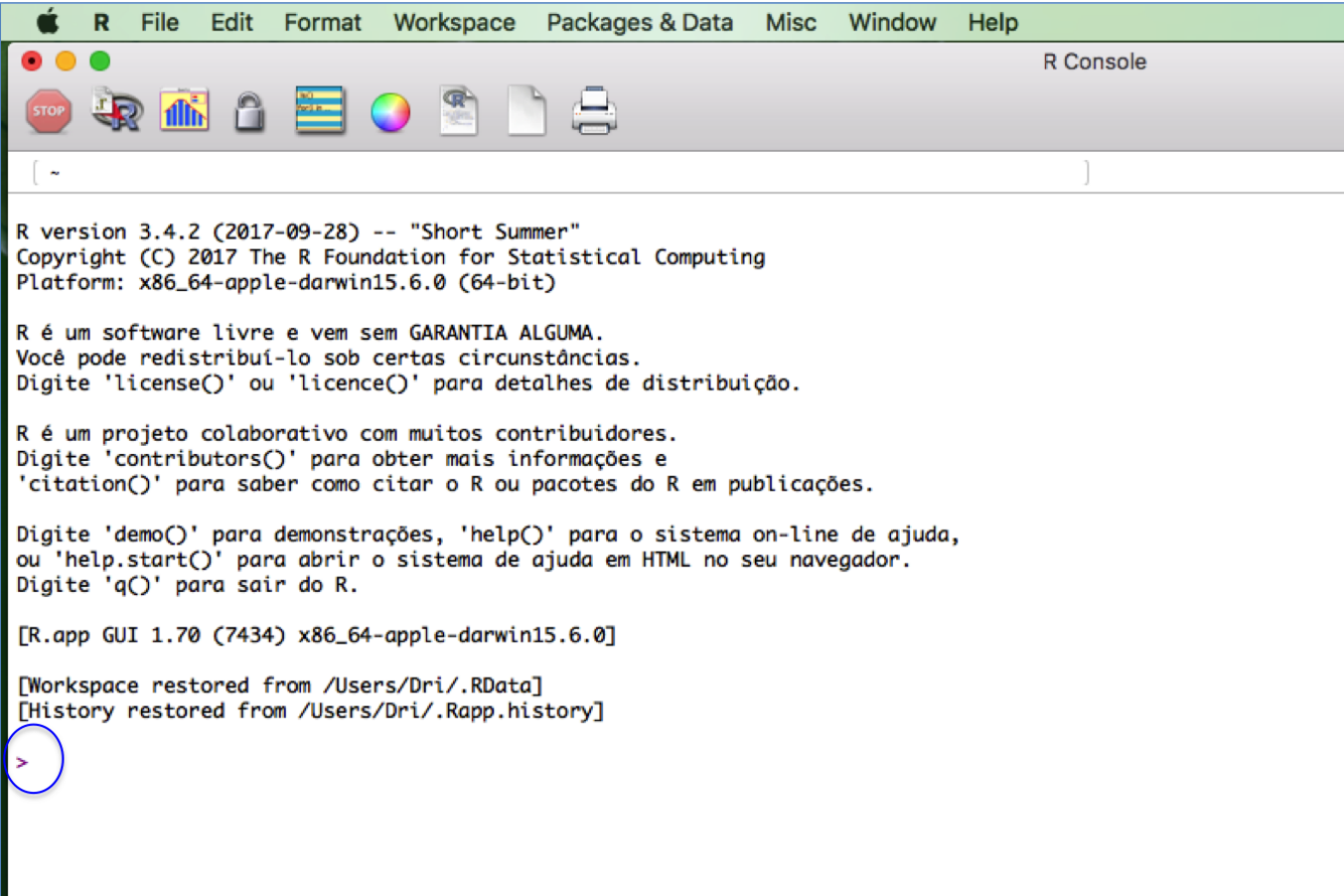
## Preparação para o exercício

Para começar, crie uma pasta para você na área de trabalho (desktop) do seu computador. Copie para essa pasta o arquivo com os dados que vamos usar:

[dadinho.csv](#)

Em seguida, abra o programa R, clicando no ícone  que está na área de trabalho do seu computador.

Se tudo deu certo até aqui, abrirá uma janela do R como essa:



```
R version 3.4.2 (2017-09-28) -- "Short Summer"
Copyright (C) 2017 The R Foundation for Statistical Computing
Platform: x86_64-apple-darwin15.6.0 (64-bit)

R é um software livre e vem sem GARANTIA ALGUMA.
Você pode redistribuí-lo sob certas circunstâncias.
Digite 'license()' ou 'licence()' para detalhes de distribuição.

R é um projeto colaborativo com muitos contribuidores.
Digite 'contributors()' para obter mais informações e
'citation()' para saber como citar o R ou pacotes do R em publicações.

Digite 'demo()' para demonstrações, 'help()' para o sistema on-line de ajuda,
ou 'help.start()' para abrir o sistema de ajuda em HTML no seu navegador.
Digite 'q()' para sair do R.

[R.app GUI 1.70 (7434) x86_64-apple-darwin15.6.0]

[Workspace restored from /Users/Dri/.RData]
[History restored from /Users/Dri/.Rapp.history]

>
```

Já com a janela do programa R aberto, o próximo passo será mudar o diretório de trabalho para aquela pasta que você acabou de criar. Com isso será mais fácil importar os dados dos arquivos “.csv” para dentro do ambiente R.

A mudança de diretório deve ser feita da seguinte forma:

- Abra o Menu “Arquivo” (ou “File”);
- Selecione “Mudar dir” (ou “Change dir”);
- Escolha a sua pasta na janela que abrir.

*[Obs. Para Mac, essa opção está no Menu “Misc” e a opção é “Change working dir”]*

Para checar se você está na pasta correta, copie e cole o comando abaixo na linha de comando do R. Atenção: O comando deve ser colado na frente do símbolo “>”, circundado em azul na imagem anterior. Este símbolo indica o início da linha de comando ou “prompt”, onde você deve escrever comandos para o R.

```
getwd()
```

Após colar, aperte a tecla “enter” e veja se o R retorna o nome da sua pasta. Se sim, ótimo. Se não, chame um monitor ou professor.

## Importando os dados para o R

Agora vamos importar para o R os dados que você gravou em seu diretório. Para isso copie o comando abaixo, cole na linha de comando do R e pressione “enter”:

```
dadinhos <- read.csv("dadinho.csv")
```

Se não houve nenhuma mensagem de erro agora você tem no R uma tabela com 8 linhas e duas colunas, que explicaremos a seguir. Se quiser verificar se a tabela foi importada, digite o nome dela no R

```
dadinhos
```

## Cálculos passo a passo

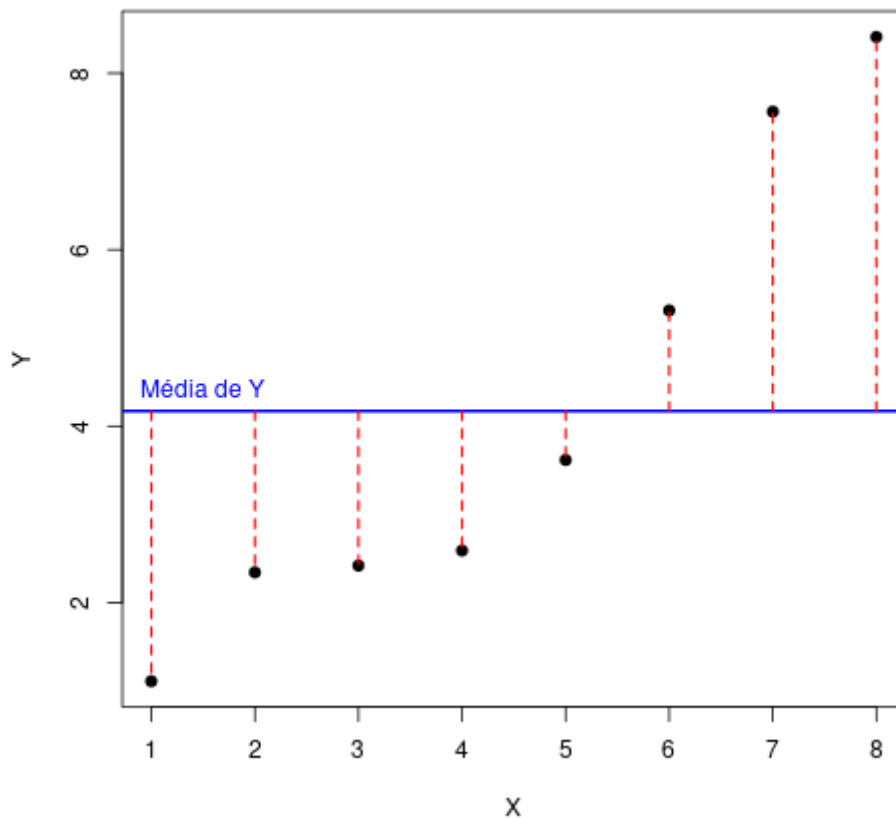
### A variação total

Nosso ponto de partida é a variação de uma variável, no caso Y. Uma das maneiras mais usadas na estatística para expressar a variação de medidas é sua dispersão em torno da média. Para isso, calculamos a diferença de cada medida à média de todas as medidas. Vamos adicionar uma coluna com essas diferenças à nossa tabela de dados:

```
dadinhos$dif <- dadinhos$Y - mean(dadinhos$Y)
```

## dadinhos

Visualmente o que fizemos foi calcular a distância de cada ponto à média de todos os pontos (essas distâncias estão representadas pelos tracejados vermelhos na figura). A média está representada pela linha horizontal azul:



Para resumir essas distâncias em um único número, as elevamos ao quadrado e somamos. Isso é chamado “soma dos desvios quadrados” ou simplesmente “soma dos quadrados”<sup>1)</sup>. Ela expressa a variação **total** da variável Y.

Calcule essa soma no R com o comando a seguir, e guarde em um objeto chamado `V.total`

```
V.total <- sum(dadinhos$dif^2)
```

Lembrando que, para ver o valor que vc obteve e armazenou nesse objeto, basta digitar o nome do objeto na linha de comando:

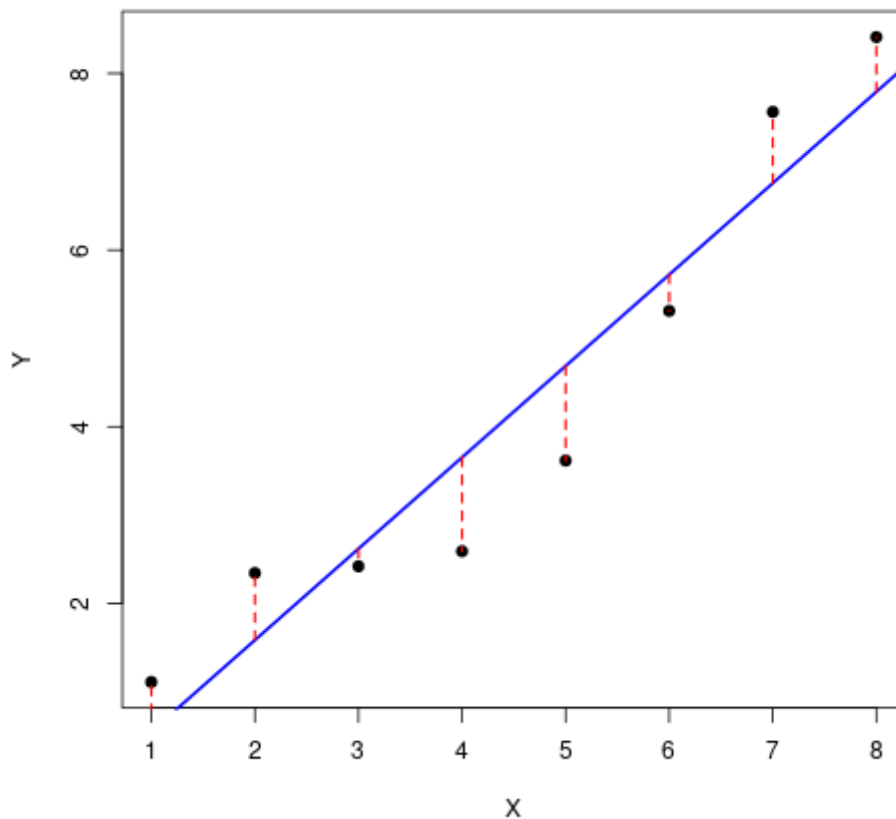
```
V.total
```

## A variação que sobra de uma regressão

Uma regressão linear busca explicar a variação observada em uma variável (resposta) pela variação de outra (explanatória). Se a regressão é bem sucedida, esperamos que reste bem menos variação

sem explicação, que chamamos de **variação residual** da regressão. Essa variação residual é a “soma dos quadrados dos desvios” de cada ponto à linha de regressão.

Na figura a seguir está a linha da regressão linear de Y em função de X (representada pela linha azul na figura abaixo), e os desvios de cada observação em relação a esta reta de regressão (tracejados vermelhos). Você percebe pela figura abaixo que os desvios (resíduos) da regressão são bem menores que os desvios em relação à média, da figura anterior?



Como chegamos a estes valores na figura? Vamos calcular passo a passo. Primeiro ajustamos a regressão:

```
dadinhos.lm <- lm(Y ~ X, data=dadinhos)
```

Os intercepto e a inclinação da equação da reta ajustada são:

```
(dadinhos.cf <- coef(dadinhos.lm))
```

E agora adicionamos os valores de Y previstos pela equação da reta para cada valor de X:

```
dadinhos$Y.pred <- predict(dadinhos.lm)
```

e também a diferença entre os valores de Y e os previstos, que são os resíduos da regressão:

```
dadinhos$residuo <- dadinhos$Y - dadinhos$Y.pred
```

Nossa tabela de dados agora tem cinco colunas:

```
> dadinhos
  X      Y      dif  Y.pred  residuo
1 1 1.110051 -3.0608617 0.5497765 0.5602747
2 2 2.343195 -1.8277177 1.5843869 0.7588084
3 3 2.420523 -1.7503898 2.6189973 -0.1984742
4 4 2.590459 -1.5804543 3.6536077 -1.0631491
5 5 3.617083 -0.5538302 4.6882181 -1.0711354
6 6 5.311097 1.1401837 5.7228285 -0.4117319
7 7 7.564503 3.3935902 6.7574390 0.8070641
8 8 8.410393 4.2394798 7.7920494 0.6183433
```

A soma dos quadrados dos resíduos expressa a variação que restou da regressão. É a variação de Y que não é explicada pela variação de X, em uma regressão linear. Para calculá-la somamos os valores da coluna dos resíduos, elevados ao quadrado:

```
V.resid <- sum(dadinhos$residuo^2)
```

E vemos que de fato esta variação residual é bem menor que a total (que está no objeto "V.total"):

```
V.resid
```

## A variação explicada pela regressão

Acima calculamos a variação total de Y e a variação que resta em Y depois de considerarmos um efeito linear de X sobre Y. A soma dos quadrados, medida que escolhemos para expressar estes componentes de variação, tem uma propriedade muito útil. Se consideramos o efeito linear de X como a única fonte de explicação para Y, podemos então dizer que:

$$V_{total} = V_{explic} + V_{resid}$$

ou seja, que a soma dos quadrados total (variação total) é o resultado da adição da soma dos quadrados explicados (pela regressão) e da soma dos quadrados dos resíduos da regressão. Em outras palavras, estamos repartindo, ou **particionando aditivamente** a variação total de Y em dois componentes<sup>2)</sup>.

Como já calculamos  $V_{total}$  e  $V_{resid}$  obtemos a variação explicada pela regressão com:

$$V_{explic} = V_{total} - V_{resid}$$

Que podemos calcular no R usando os valores acima, que armazenamos:

```
(V.expl <- V.total - V.resid)
```

## E finalmente o coeficiente de determinação!

Obtemos o coeficiente de determinação dividindo  $V_{\text{expl}}$  por  $V_{\text{total}}$ :

$$V_{\text{expl}}/V_{\text{total}}$$

Neste caso dizemos que 91% da variação de Y é explicada por X. Nada mal. Mas o que você poderia esperar de dados que a gente mesmo criou, né! 😊

1)

por que elevar ao quadrado os desvios à média? Bom, primeiro porque a soma dos desvios brutos é sempre zero, pois temos valores positivo e valores negativos em torno da média... Mas também porque a soma dos desvios ao quadrado tem várias propriedades estatísticas úteis, como a aditividade que vamos ver em seguida.

2)

este raciocínio pode ser generalizado para mais componentes de variação, como veremos no roteiro seguinte

From:

<http://ecovirtual.ib.usp.br/> -

Permanent link:

[http://ecovirtual.ib.usp.br/doku.php?id=ecovirt:roteiro:math:coef\\_determinacao&rev=1637079270](http://ecovirtual.ib.usp.br/doku.php?id=ecovirt:roteiro:math:coef_determinacao&rev=1637079270) 

Last update: **2021/11/16 14:14**